

# CAPÍTULO I

## CIRCUITOS BÁSICOS COM INTERRUPTORES, DIODOS E TIRISTORES

### 1.1 CIRCUITOS DE PRIMEIRA ORDEM

#### 1.1.1 Circuito RC em Série com um Tiristor

Seja o circuito apresentado na Fig. 1.1.

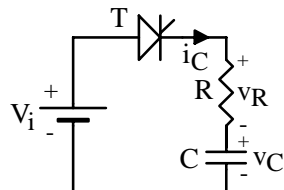


Fig. 1.1 - Circuito RCT série.

Antes do disparo do tiristor, o capacitor C está descarregado e  $v_C=0$ . No instante  $t=0$ , o tiristor é disparado. Assim tem-se (1.1) e (1.2).

$$V_i = v_C(t) + R i_C(t) \quad (1.1)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (1.2)$$

Substituindo (1.2) em (1.1) obtém-se a expressão (1.3).

$$V_i = v_C(t) + RC \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (1.3)$$

Resolvendo a equação (1.3), obtém-se a expressão (1.4).

$$v_C(t) = V_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (1.4)$$

Derivando-se a expressão (1.4) e multiplicando por C, obtém-se a corrente, dada pela expressão (1.5).

$$i_C(t) = \frac{V_i}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.5)$$

As formas de onda de  $v_C(t)$  e  $i_C(t)$  em função do tempo são apresentadas nas Fig. 1.2.

A partir do instante em que a corrente se anula, o tiristor readquire a sua capacidade de bloqueio.

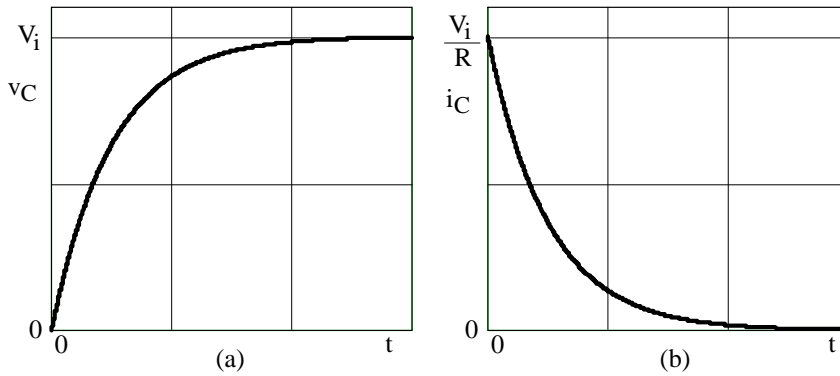


Fig. 1.2 - Tensão e corrente no capacitor.

### 1.1.2 Circuito RL em Série com um Tiristor

Seja o circuito representado na Fig. 1.3.

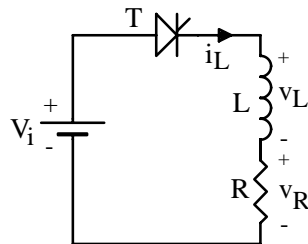


Fig. 1.3 - Circuito RLT série.

Antes do disparo do tiristor, a corrente no indutor é nula. No instante  $t=0$  o tiristor é disparado. Assim tem-se as equações (1.6) e (1.7).

$$V_i = v_L(t) + v_R(t) \quad (1.6)$$

$$V_i = L \frac{di_L(t)}{dt} + R i_L(t) \quad (1.7)$$

Resolvendo-se a equação (1.7) obtém-se as expressões (1.8) e (1.9).

$$i_L(t) = \frac{V_i}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R t}{L}} \right) \quad (1.8)$$

$$v_L(t) = V_i e^{-\frac{R t}{L}} \quad (1.9)$$

As formas de onda estão representadas nas Fig. 1.4.

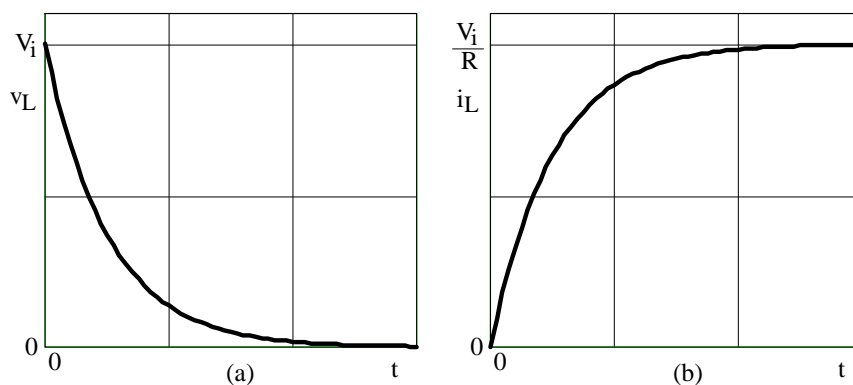


Fig. 1.4 - Tensão e corrente no indutor.

Na estrutura apresentada, a extinção do tiristor só é possível com o emprego de circuitos auxiliares, denominados “circuitos de comutação forçada”.

### 1.1.3 Circuito com Diodo de Circulação

Seja a estrutura apresentada na Fig. 1.5.

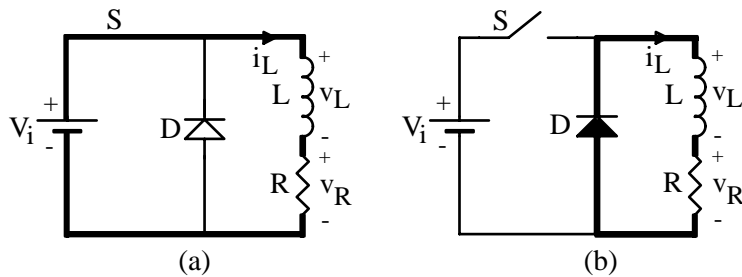


Fig. 1.5 - Circuito com diodo de circulação.  
 (a) Primeira etapa.  
 (b) Segunda etapa.

Na primeira etapa o interruptor S está fechado e o diodo D está bloqueado. As expressões (1.10), (1.11) e (1.12) definem esta etapa.

$$I_o = \frac{V_i}{R} \quad (1.10)$$

$$v_L(t) = 0 \quad (1.11)$$

$$v_R(t) = V_i \quad (1.12)$$

No instante  $t=0$ , o interruptor S é aberto. A presença do indutor L provoca a condução do diodo D, iniciando a segunda etapa de funcionamento, também denominada de etapa de circulação ou rodalivre. Tem-se portanto a equação (1.13).

$$v_L(t) + v_R(t) + V_D = 0 \quad (1.13)$$

Sabendo-se que  $V_D = 0$ , tem-se a equação (1.14).

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R i_L(t) = 0 \quad (1.14)$$

Resolvendo-se a equação (1.14) obtém-se (1.15).

$$i_L(t) = I_o e^{-\frac{R t}{L}} \quad (1.15)$$

Durante a etapa de circulação a energia acumulada em L é transformada em calor em R. A desmagnetização do indutor é tanto mais rápida quanto maior for o valor de R.

Caso não houvesse o diodo no circuito, no instante de abertura de S o indutor provocaria uma sobretensão, que seria destrutiva para o interruptor.

A energia dissipada em R é dada pela expressão (1.16):

$$W = \frac{1}{2} L I_0^2 \quad (1.16)$$

### 1.1.4 Circuito com Diodo de Circulação e com Recuperação

Em muitas aplicações práticas em que ocorre o fenômeno mencionado, pode ser importante reaproveitar a energia inicialmente acumulada no indutor. O circuito básico que possibilita a recuperação está representado na Fig. 1.6.

No instante  $t=0$ , em que o interruptor é aberto, a corrente no indutor é igual a  $I_0$ .

Durante a circulação pelo diodo, o circuito é representado pelas equações (1.17) e (1.18).

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = -V_i \quad (1.17)$$

$$i_L(t) = I_0 - \frac{E_1}{L} t \quad (1.18)$$

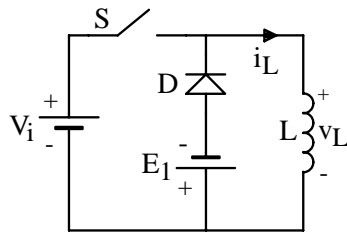


Fig. 1.6 – Circuito com diodo de circulação e com recuperação.

Quando a corrente  $i_L$  se anula, tem-se  $t=t_f$ . Assim escreve-se (1.19).

$$t_f = \frac{L I_o}{E_1} \quad (1.19)$$

Portanto, quanto maior for o valor de  $E_1$ , menor será o tempo de recuperação  $t_f$ .

Toda a energia inicialmente acumulada no indutor é transferida à fonte  $E_1$ .

### 1.1.5 Circuito de Recuperação com Transformador

Nos casos em que não se dispõe de uma segunda fonte para absorver a energia armazenada na indutância, emprega-se um transformador, numa configuração que permite a devolução de energia para a própria fonte  $V_i$ . Este método é empregado em fontes chaveadas com transformadores de isolamento e nos circuitos de ajuda à comutação dos conversores CC-CC de grandes correntes.

Seja a estrutura representada na Fig. 1.7.

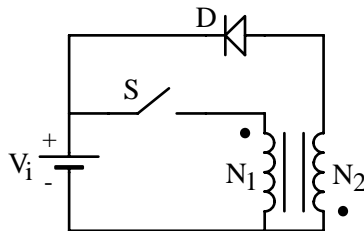


Fig. 1.7 - Circuito de recuperação com transformador.

Quando  $S$  está fechada, a energia é armazenada na indutância magnetizante do transformador. A polaridade da tensão secundária é tal que o diodo  $D$  se mantém bloqueado neste intervalo. Quando  $S$  abre, a polaridade da tensão secundária se inverte. O diodo entra em condução e transfere energia armazenada no campo magnético para a fonte  $V_i$ . Para analisar o fenômeno quantitativamente será utilizado o circuito equivalente do transformador, ignorando as resistências e a dispersão, representado na Fig. 1.8.

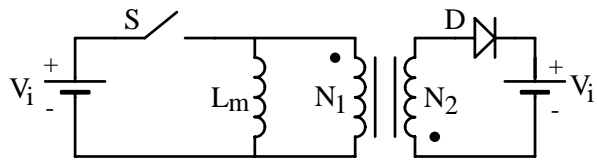


Fig. 1.8 - Circuito equivalente da Fig. 1.7.

A primeira etapa de funcionamento está representada na Fig. 1.9.

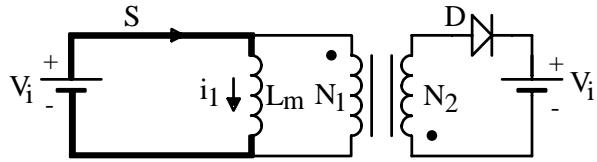


Fig. 1.9 - Primeira etapa.

A segunda etapa de funcionamento está representada na Fig. 1.10. Nesta etapa a indutância magnetizante é referida ao secundário do transformador.

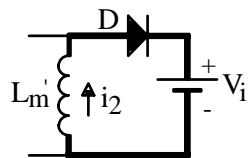


Fig. 1.10 - Segunda etapa.

As correntes terão as formas apresentadas na Fig. 1.11.

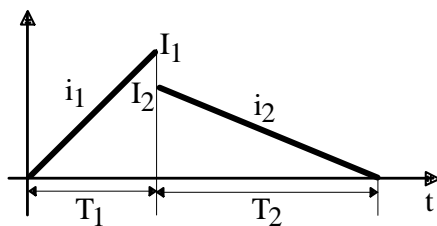


Fig. 1.11 - Corrente para um período de funcionamento.

As condições iniciais são dadas por (1.20) e (1.21).

$$I_1 = \frac{V_i}{L_m} T_1 \quad (1.20)$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 \quad (1.21)$$

A corrente na segunda etapa é dada por (1.22).

$$i_2(t) = I_2 - \frac{V_i}{L_m} t \quad (1.22)$$

No final da segunda etapa a corrente atinge zero. Assim tem-se (1.23).

$$0 = I_2 - \frac{V_i}{L_m} T_2 \quad (1.23)$$

Substituindo (1.21) em (1.23) obtém-se (1.24) e (1.25).

$$\frac{N_1}{N_2} I_1 - \frac{V_i}{L_m} T_2 = 0 \quad (1.24)$$

$$\frac{N_1}{N_2} I_1 = \frac{V_i T_2 N_1^2}{L_m N_2^2} \quad (1.25)$$

Rescrevendo (1.25) obtém-se (1.26) e (1.27).

$$I_1 L_m = V_i T_2 \frac{N_1}{N_2} \quad (1.26)$$

$$\frac{V_i}{L_m} L_m T_1 = V_i T_2 \frac{N_1}{N_2} \quad (1.27)$$

Assim, tem-se a expressão (1.28) que relaciona os tempos  $T_1$  e  $T_2$ .

$$T_2 = \frac{N_2}{N_1} T_1 \quad (1.28)$$

Variando-se a relação de transformação pode-se variar o tempo de recuperação  $T_2$ .

A evolução da tensão sobre o interruptor S é analisada como segue.

Quando S está conduzindo  $V_S = 0$ .

Durante a recuperação, a tensão  $V_S$  pode ser obtida a partir da Fig. 1.12, como mostra a equação (1.29).

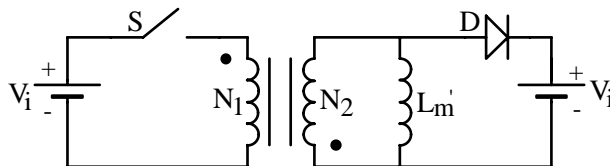


Fig. 1.12 - Etapa de recuperação.

$$V_S = -(V_i + V_1) \quad (1.29)$$

A tensão  $V_1$  é dada por (1.30).

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2} V_i \quad (1.30)$$

Substituindo (1.30) em (1.29) tem-se a equação (1.31).

$$V_S = -\left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right) V_i \quad (1.31)$$

Após a recuperação, com o interruptor aberto,  $V_S = V_i$ .

A forma de onda da tensão nos terminais do interruptor está representada na Fig. 1.13.

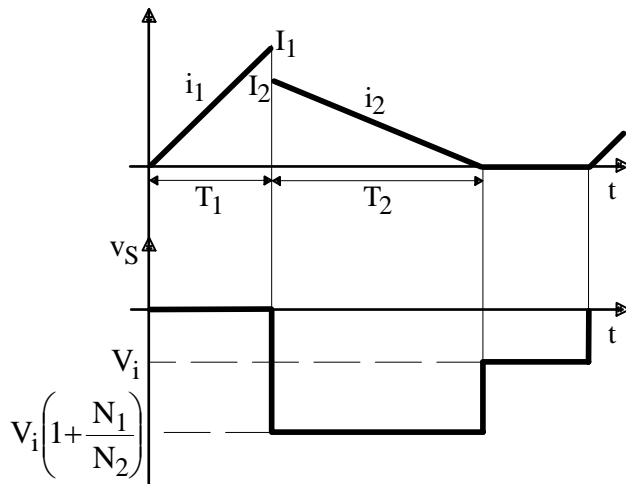


Fig. 1.13 - Formas de onda para o circuito representado na Fig. 1.12.

### 1.1.6 Carga de um Capacitor à Corrente Constante

Seja o circuito representado na Fig. 1.14. Inicialmente a corrente  $I$  circula pelo diodo  $D$ . O capacitor encontra-se descarregado.

No instante  $t=0$  o interruptor  $S$  é fechado. O diodo se bloqueia. A corrente  $I$  passa a circular pelo capacitor, que se carrega com corrente constante. O circuito está representado na Fig. 1.15.

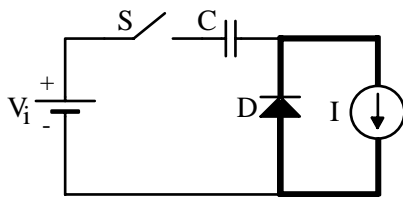


Fig. 1.14 - Primeira etapa.

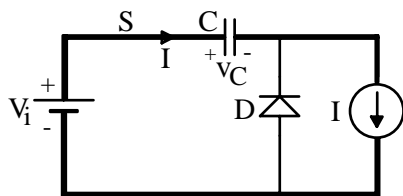


Fig. 1.15 - Segunda etapa.

A tensão  $v_C$  evolui segundo a expressão (1.32).

$$v_C(t) = \frac{I}{C} t \quad (1.32)$$

Quando  $v_C = V_i$ , o diodo entra em condução. Assim tem-se as equações (1.33) e (1.34).

$$v_C(t_1) = V_i \quad (1.33)$$

$$t_1 = \frac{V_i C}{I} \quad (1.34)$$

O capacitor permanece carregado com a tensão  $V_i$ .

A forma de onda da tensão  $v_C$  está representada na Fig. 1.16.

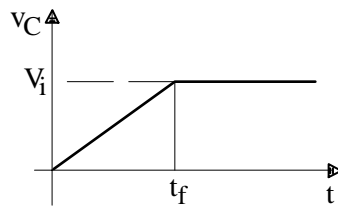


Fig. 1.16 - Tensão nos terminais do capacitor da Fig. 1.15.

## 1.2. CIRCUITOS DE SEGUNDA ORDEM

### 1.2.1 Análise do Circuito LC Submetido a um Degrau de Tensão

Seja o circuito representado na Fig. 1.17, com as condições iniciais  $v_C(0) = V_{C0}$  e  $i_L(0) = I_{L0}$ .

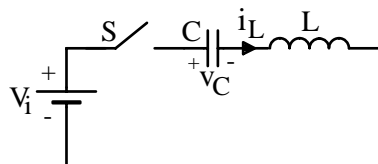


Fig. 1.17 - Circuito LC.

No instante  $t=0$  o interruptor  $S$  é fechado. O circuito passa a ser representado pelas equações (1.35) e (1.36).

$$V_i = v_C(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.35)$$

$$i_L(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (1.36)$$

Substituindo (1.36) em (1.35), obtém-se (1.37).

$$V_i = v_C(t) + LC \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} \quad (1.37)$$

Resolvendo-se a equação (1.37), obtém-se a sua solução, representada pelas expressões (1.38) e (1.39).

$$v_C(t) = -(V_i - V_{C0}) \cos(\omega_o t) + I_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega_o t) + V_i \quad (1.38)$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} i_L(t) = (V_i - V_{C0}) \sin(\omega_o t) + I_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} \cos(\omega_o t) \quad (1.39)$$

Multiplicando-se a expressão (1.39) por  $j$  e adicionando-se a expressão (1.38), obtém-se a expressão (1.40).

$$\begin{aligned} v_C(t) + j \sqrt{\frac{L}{C}} i_L(t) = & -(V_i - V_{C0}) [\cos(\omega_o t) - j \sin(\omega_o t)] \\ & + j I_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} [\cos(\omega_o t) - j \sin(\omega_o t)] + V_i \end{aligned} \quad (1.40)$$

onde:  $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Sejam as definições das expressões (1.41), (1.42) e (1.43).

$$z(t) = v_C(t) + j \sqrt{\frac{L}{C}} i_L(t) \quad (1.41)$$

$$z_1 = -(V_i - V_{C0}) + j I_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.42)$$

$$e^{-j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) - j\sin(\omega_0 t) \quad (1.43)$$

Assim obtém-se a expressão (1.44).

$$z(t) = z_1 e^{-j\omega_0 t} + V_i \quad (1.44)$$

## A. CASOS PARTICULARES

### A.1) $V_{C0}=0, I_{L0}=0, V_i \neq 0$

Com as condições iniciais definidas obtém-se (1.45).

$$z_1 = -V_i \quad (1.45)$$

Para  $t=0$ , tem-se  $z(0) = 0$

Assim, a expressão (1.44) fica representada pela expressão (1.46).

$$z(t) = -V_i e^{-j\omega_0 t} + V_i \quad (1.46)$$

A expressão (1.46) está representada graficamente na Fig. 1.18.

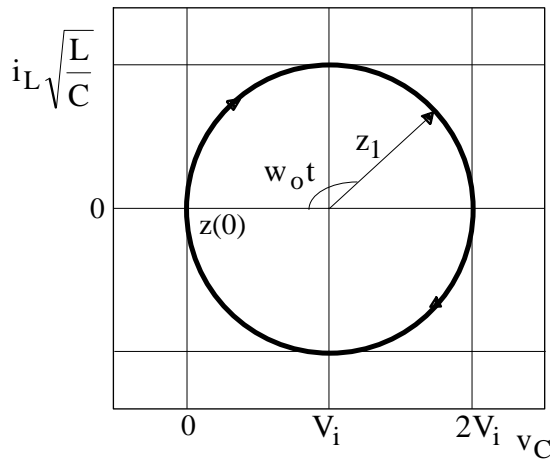


Fig. 1.18 - Plano de fase para  $V_{C0} = I_{L0} = 0$  e  $V_i \neq 0$ .

**A.2)  $I_{L0}=V_i=0, V_{C0}>0$ .**

Com as condições iniciais definidas obtém-se (1.47), (1.48) e (1.49).

$$z_1 = V_{C0} \quad (1.47)$$

$$z(t) = V_{C0} \quad (1.48)$$

$$z(t) = V_{C0} \cdot e^{-j\omega_0 t} \quad (1.49)$$

A expressão (1.49) está representada graficamente na Fig. 1.19.

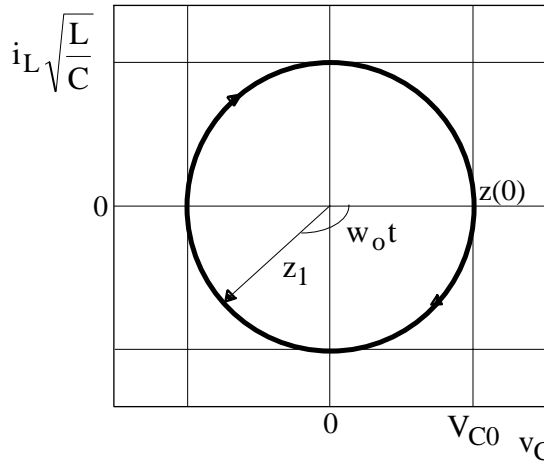


Fig. 1.19 - Plano de fase para  $I_{L0} = V_i = 0$  e  $V_{C0} > 0$ .

**A.3)  $V_{C0}=V_i=0, I_{L0}>0$** 

Com as condições iniciais definidas obtém-se (1.50), (1.51) e (1.52).

$$z_1 = jI_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.50)$$

$$z(0) = jI_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.51)$$

$$z(t) = jI_{L0} \sqrt{\frac{L}{C}} e^{-j\omega_0 t} \quad (1.52)$$

A expressão (1.52) está representada na Fig. 1.20.

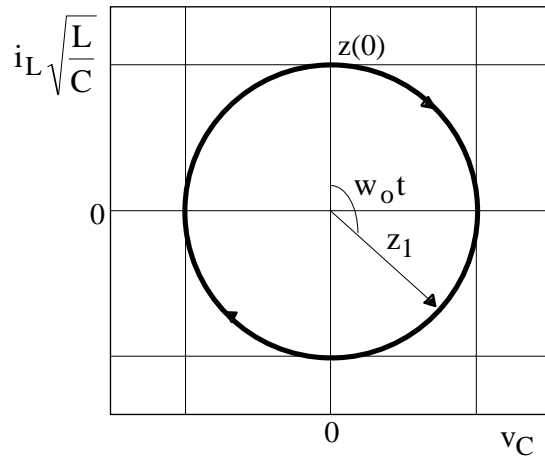


Fig. 1.20 - Plano de fase para  $V_{C0} = V_i = 0$  e  $I_{L0} > 0$ .

Em qualquer dos casos apresentados valem as relações (1.53) e (1.54).

$$v_C(t) = \Re\{z(t)\} \quad (1.53)$$

$$i_L(t) \sqrt{\frac{L}{C}} = \Im\{z(t)\} \quad (1.54)$$

Assim tem-se (1.55) e (1.56).

$$v_C(t) = \Re\{z_1 e^{-j\omega_0 t}\} + V_i \quad (1.55)$$

$$i_L(t) \sqrt{\frac{L}{C}} = \Im\{z_1 e^{-j\omega_0 t}\} \quad (1.56)$$

### 1.2.2 Análise do Circuito LC Submetido a um Degrau de Tensão Com um Tiristor

Seja o circuito apresentado na Fig. 1.21.

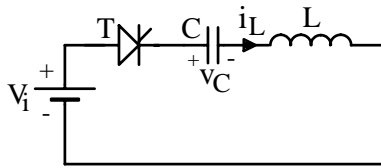


Fig. 1.21 - Circuito LCT série.

Inicialmente o tiristor encontra-se bloqueado.  $V_{C0}=0$  e  $I_{L0}=0$ . No instante  $t=0$ , o tiristor é disparado. No plano de fase as grandezas evoluem de acordo com a Fig. 1.22.

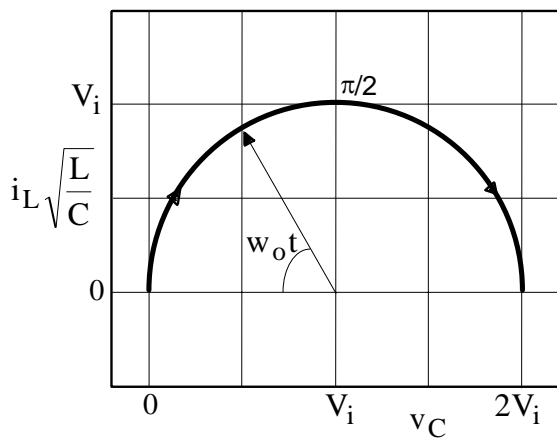


Fig. 1.22 - Plano de fase para o circuito LCT série.

Em função do tempo as grandezas evoluem de acordo com a Fig. 1.23.

Quando  $t=\pi/w_o$ , a corrente se anula e o tiristor se bloqueia. O capacitor nesse instante encontra-se carregado com  $v_C=2V_i$  e manterá esse valor.

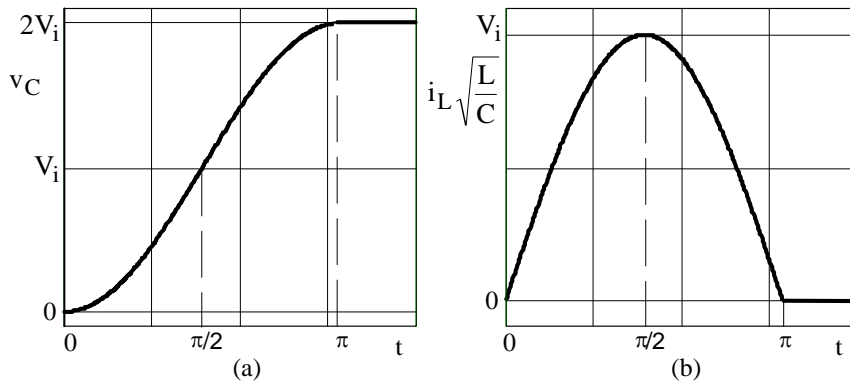


Fig. 1.23 - Tensão e corrente no circuito LCT série.

O circuito é representado pela expressões (1.57) e (1.58).

$$v_C(t) = -V_i \cos(\omega_0 t) + V_i \quad (1.57)$$

$$i_L(t) \sqrt{\frac{L}{C}} = V_i \sin(\omega_0 t) \quad (1.58)$$

### 1.2.3 Inversão da Polaridade de um Capacitor

Seja o circuito representado na Fig. 1.24.

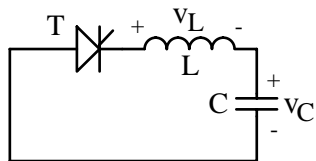


Fig. 1.24 - Circuito para inversão da polaridade de um capacitor.

Inicialmente o tiristor encontra-se bloqueado e o capacitor com tensão  $v_C = -V_{C0}$ . No instante  $t=0$  o tiristor é disparado. O capacitor inverte a sua polaridade e o tiristor se bloqueia. A evolução de  $v_C$  e  $i_L$  no plano de fase e em função do tempo está representada nas Figs. 1.25 e 1.26.

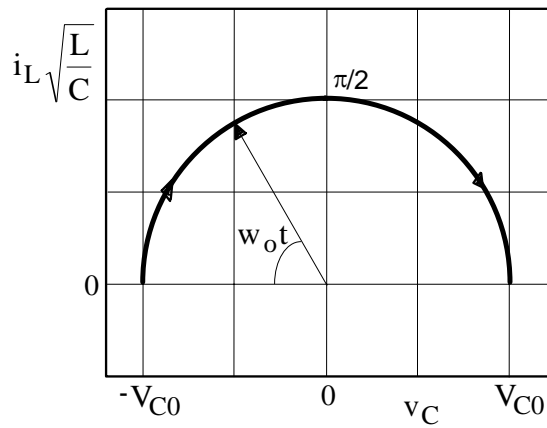


Fig. 1.25 - Plano de fase para o circuito da Fig. 1.24.

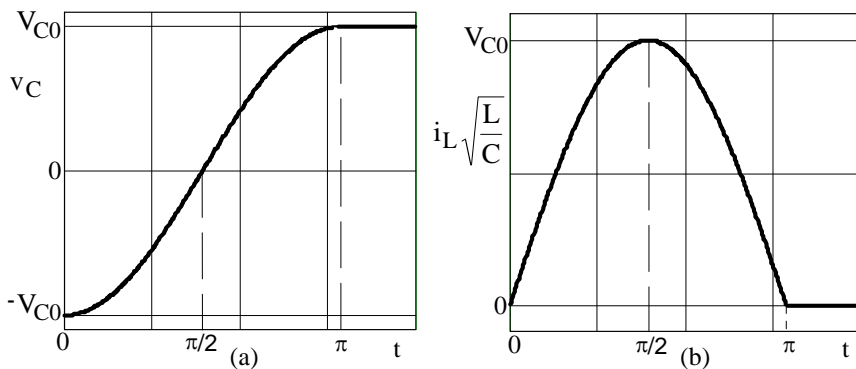


Fig. 1.26 - Tensão e corrente para o circuito da Fig. 1.24.

## 1.2.4 Aumento da Tensão de um Capacitor

### A. Primeiro Circuito

Seja a estrutura representada na Fig. 1.27.

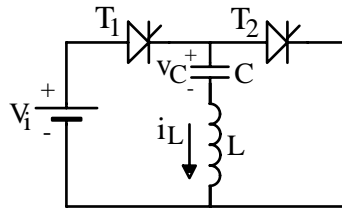


Fig. 1.27 - Circuito para o aumento da tensão em um capacitor.

Disparando-se  $T_1$  e  $T_2$  sucessivamente, encontra-se as grandezas representadas na Fig. 1.28.

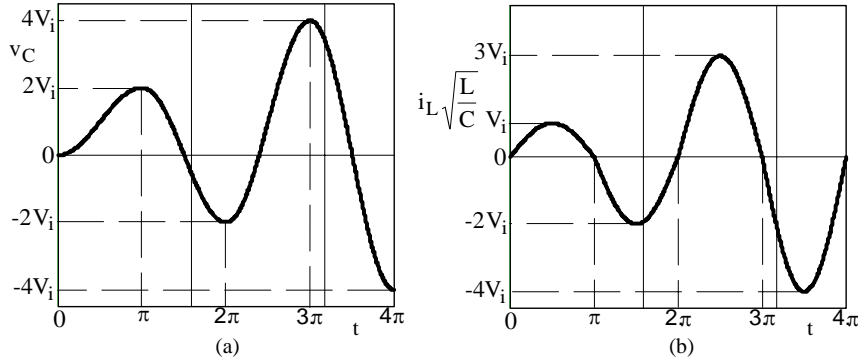


Fig. 1.28 - Formas de onda para o circuito da Fig. 1.27.

A representação do comportamento do circuito no plano de fase encontra-se na Fig. 1.29.

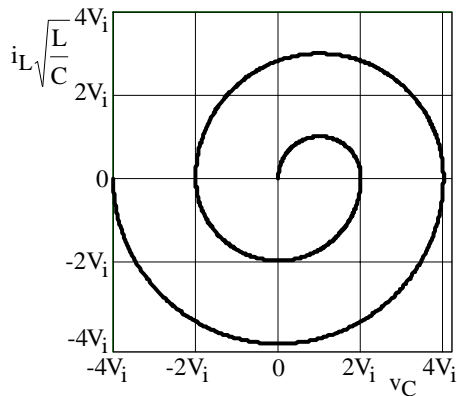


Fig. 1.29 - Plano de fase para o circuito da Fig. 1.27.

Como se trata de um circuito ideal, sem elemento dissipativo, o amortecimento é nulo e a energia acumulada no capacitor aumenta indefinidamente.

### B. Segundo Circuito

Seja a estrutura representada na Fig. 1.30.

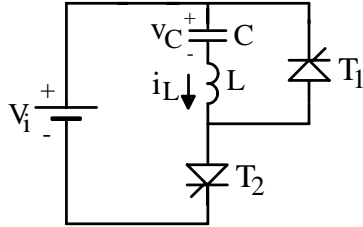


Fig. 1.30 - Circuito para o estudo da evolução da tensão de um capacitor.

Seja  $V_{C0} < 0$  e  $I_{L0} = 0$ , com  $T_1$  e  $T_2$  bloqueados. No instante  $t=0$ ,  $T_1$  é disparado. A tensão do capacitor começa a se inverter. Antes que a corrente se anule,  $T_2$  é disparado.  $T_1$  se bloqueia no mesmo instante. A corrente é comutada de  $T_1$  para  $T_2$ . Uma parcela da energia é transferida de  $V_i$  para  $C$ . A tensão no capacitor torna-se maior que  $V_i$ . As grandezas em função do tempo estão representadas na Fig. 1.31.

Quando  $T_1$  conduz, tem-se a expressão (1.59).

$$v_C(t) = -V_{C0} \cos(\omega_o t) \quad (1.59)$$

Ao final desta etapa tem-se as condições iniciais apresentadas em (1.60) e (1.61).

$$V_1 = -V_{C0} \cos(\omega_o \tau) \quad (1.60)$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} I_1 = V_{C0} \sin(\omega_o \tau) \quad (1.61)$$

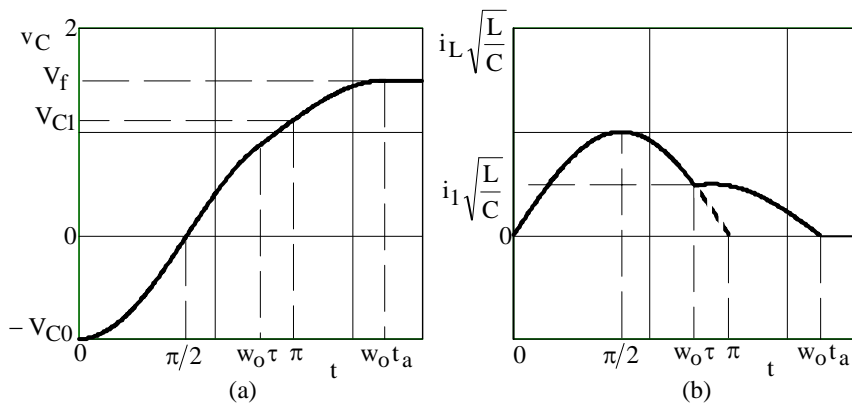


Fig. 1.31 - Tensão e corrente para o circuito da Fig. 1.30.

Quando  $T_2$  conduz, tem-se as expressões (1.62) e (1.63).

$$z_1 = (V_1 - V_i) + jI_1 \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.62)$$

$$z(0) = V_1 + jI_1 \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.63)$$

No final desta etapa a tensão no capacitor é dada por (1.64).

$$V_f = V_i + |z_1| \quad (1.64)$$

Substituindo (1.60) e (1.61) em (1.62) obtém-se (1.65).

$$|z_1|^2 = (V_{C0} \cos(w_0\tau) - V_i)^2 + V_{C0}^2 \sin^2(w_0\tau) \quad (1.65)$$

Substituindo (1.65) em (1.64) tem-se (1.66).

$$V_f = V_i + \sqrt{(V_{C0} \cos(w_0\tau) - V_i)^2 + V_{C0}^2 \sin^2(w_0\tau)} \quad (1.66)$$

Deste modo, fica demonstrado que o valor final da tensão do capacitor é controlada pelo ângulo  $w_0\tau$ .

Seja o caso particular em que  $w_0\tau = \pi$ . Assim a tensão  $V_f$  é dada por (1.67) ou (1.68).

$$V_f = V_i + \sqrt{(-V_{C0} - V_i)^2} = V_i - V_i - V_{C0} \quad (1.67)$$

$$V_f = -V_{C0} \quad (1.68)$$

A estrutura analisada aparece no estudo de alguns conversores a comutação forçada e conversores ressonantes.

A representação no plano de fase aparece na Fig. 1.32.

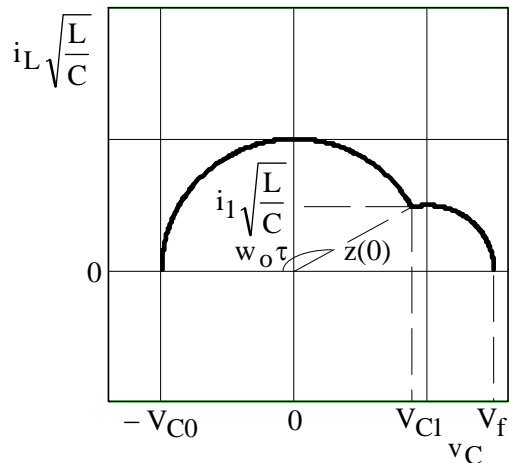


Fig. 1.32 - Plano de fase para o circuito da Fig. 1.30.

### 1.2.5 Circuito RLC com Pouco Amortecimento

É muito comum o emprego em conversores de circuitos RLC com alto fator de qualidade. Seja o circuito representado na Fig. 1.33.

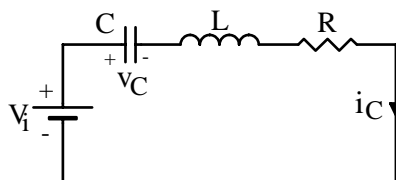


Fig. 1.33 - Circuito RLC de baixas perdas.

A solução da equação que representa o circuito é dada por (1.69) e (1.70).

$$i_C(t) = \frac{V_i - V_o}{wL} e^{-\alpha t} \text{sen}(wt) - I_o \frac{w_o}{w} e^{-\alpha t} \text{sen}(wt - \gamma) \quad (1.69)$$

$$v_C(t) = V_i - (V_i - V_o) \frac{w}{w_o} e^{-\alpha t} \text{sen}(wt + \gamma) + \frac{I_o}{wC} e^{-\alpha t} \text{sen}(wt) \quad (1.70)$$

onde:

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \alpha = \frac{R}{2L} \quad \gamma = \text{arc tg}\left(\frac{w}{\alpha}\right) \quad w^2 = w_o^2 - \alpha^2$$

Se as perdas são pequenas, tem-se:

$$w_o \cong w \quad (1.71)$$

$$X = \sqrt{\frac{L}{C}} = wL \cong \frac{1}{wC} \quad (1.72)$$

$$\psi = \frac{X}{R} \quad (1.73)$$

$$\frac{\alpha}{w} = \frac{R}{2wL} = \frac{1}{2\psi} \quad (1.74)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} \quad (1.75)$$

$$\text{sen}(wt - \gamma) = -\cos(wt) \quad (1.76)$$

Com estas aproximações obtém-se as equações (1.77) e (1.78).

$$i_L(t) = \left( \frac{V_i - V_o}{X} \sin(\omega t) + I_o \cos(\omega t) \right) e^{-\frac{\omega t}{2\psi}} \quad (1.77)$$

$$v_C(t) = V_i + [X I_o \sin(\omega t) - (V_i - V_o) \cos(\omega t)] e^{-\frac{\omega t}{2\psi}} \quad (1.78)$$

pois:  $e^{-\frac{\omega t}{2\psi}} = e^{-\alpha t}$

Sabendo que:

$$e^{-\alpha t} = 1 - \alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{2} - \frac{\alpha^3 t^3}{6} \quad (1.79)$$

E considerando  $\alpha$  muito pequeno, pode-se adotar:

$$e^{-\alpha t} = 1 - \alpha t \quad (1.80)$$

Esta simplificação pode ser muito útil na solução de alguns problemas práticos.

Seja a relação (1.81).

$$z(t) = v_C(t) + j \sqrt{\frac{L}{C}} i_L(t) \quad (1.81)$$

Por manipulação matemática, obtém-se (1.82)

$$z(t) = V_i + z_1 e^{-j\omega t} e^{-\alpha t} \quad (1.82)$$

A expressão (1.82) é semelhante à expressão (1.44), na qual o amortecimento incide sobre o valor de  $z_1$ .

### 1.2.6 Circuito LC Submetido a uma Fonte de Tensão e uma Fonte de Corrente

Seja o circuito representado na Fig. 1.34.

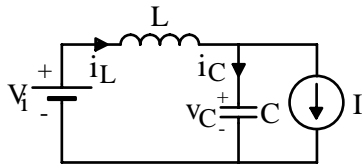


Fig. 1.34 - Circuito LC excitado por fonte de tensão e corrente.

Sejam as equações (1.83) e (1.84) que representam o circuito da Fig. 1.34.

$$V_i = v_L(t) + v_C(t) \quad (1.83)$$

$$i_L(t) = i_C(t) + I \quad (1.84)$$

Com as definições de tensão em um indutor e corrente em um capacitor tem-se (1.85) e (1.86).

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \frac{d(I + i_C(t))}{dt} = L \frac{di_C(t)}{dt} \quad (1.85)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (1.86)$$

Substituindo (1.86) em (1.85) obtém-se (1.87).

$$v_L(t) = LC \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} \quad (1.87)$$

Substituindo (1.87) em (1.83) tem-se as equações (1.88) e (1.89).

$$V_i = LC \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + v_C(t) \quad (1.88)$$

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{v_C(t)}{LC} = \frac{V_i}{LC} \quad (1.89)$$

Com as equações (1.88) e (1.88) obtém-se as soluções dadas por (1.90) e (1.91).

$$v_C(t) = (V_{C0} - V_i)\cos(\omega_0 t) + \sqrt{\frac{L}{C}}(I_{L0} - I)\sin(\omega_0 t) + V_i \quad (1.90)$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}}i_L(t) = -(V_{C0} - V_i)\sin(\omega_0 t) + \sqrt{\frac{L}{C}}(I_{L0} - I)\cos(\omega_0 t) + \sqrt{\frac{L}{C}}I \quad (1.91)$$

Seja a definição de plano de fase dada por (1.92).

$$z(t) = v_C(t) + j\sqrt{\frac{L}{C}}i_L(t) \quad (1.92)$$

Substituindo (1.90) e (1.91) em (1.92) tem-se (1.93).

$$z(t) = \left( V_i + j\sqrt{\frac{L}{C}}I \right) + \left[ (V_{C0} - V_i) + j\sqrt{\frac{L}{C}}(I_{L0} - I) \right] e^{-j\omega_0 t} \quad (1.93)$$

Da equação (1.93) obtém-se (1.94) e (1.95).

$$z_0 = V_i + j\sqrt{\frac{L}{C}}I \quad (1.94)$$

$$z_1 = (V_{C0} - V_i) + j\sqrt{\frac{L}{C}}(I_{L0} - I) \quad (1.95)$$

Assim o plano de fase pode ser representado por (1.96).

$$z(t) = z_0 + z_1 e^{-j\omega_0 t} \quad (1.96)$$

A expressão (1.96) representa um círculo com centro em  $z_0$  e com raio  $z_1$ , como pode-se observar na Fig. 1.35.

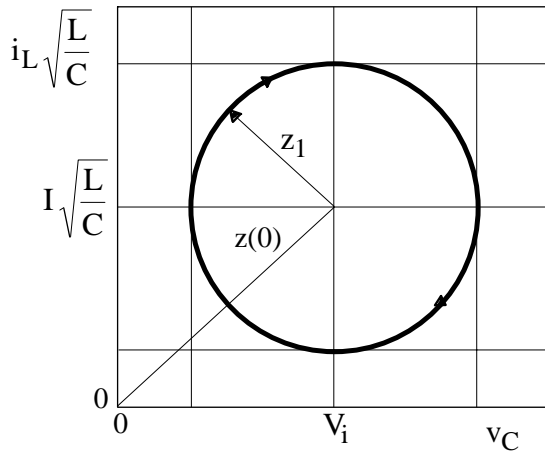


Fig. 1.35 - Plano de fase para o circuito apresentado na Fig. 1.34.

Dois casos particulares são muito freqüentes:

**1º Caso:  $I = 0$**

Com esta condição inicial tem-se (1.97).

$$z(t) = V_i + \left[ (V_{C0} - V_i) + j\sqrt{\frac{L}{C}} I_{L0} \right] e^{-j\omega_0 t} \quad (1.97)$$

Este caso particular já foi estudado no item 1.2.1 e representado pela expressão (1.44).

**2º Caso:  $V_i = 0$**

Com esta condição inicial tem-se (1.98).

$$z(t) = j\sqrt{\frac{L}{C}} I + \left[ (V_{C0} - V_i) + j\sqrt{\frac{L}{C}} (I_{L0} - I) \right] e^{-j\omega t} \quad (1.98)$$

A equação (1.98) representa o circuito LC paralelo excitado por uma fonte de corrente contínua, como está representado na Fig. 1.36.

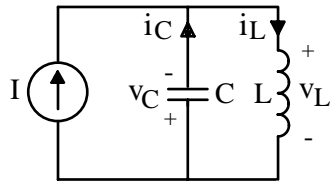


Fig. 1.36 - Circuito LC paralelo excitado por uma fonte de corrente.

### 1.3. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Nos circuitos (a), (b) e (c) da Fig. 1.37, para  $L=100\mu\text{H}$  e  $C=25\mu\text{F}$ , fazer a análise, representando graficamente as formas de onda de  $i$ ,  $v_L$  e  $v_C$ . O tiristor é disparado com o capacitor pré-carregado, com as seguintes condições iniciais:

Circuito (a)  $v_C(0) = 0\text{V}$

Circuito (b)  $v_C(0) = -50\text{V}$

Circuito (c)  $v_C(0) = -50\text{V}$

Circuito (c)  $v_C(0) = 50\text{V}$

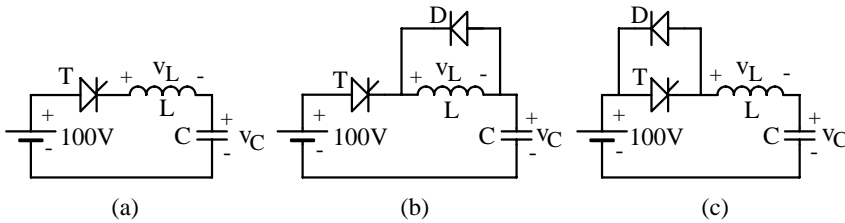


Fig. 1.37 - Exercício 1.

2. Nos circuitos (a), (b), (c) e (d) da Fig. 1.38, tem-se  $L=100\mu\text{H}$  e  $C=25\mu\text{F}$ . Fazer a análise dos circuitos supondo que  $v_C(0) = -100\text{V}$  em cada caso.

3. Seja o circuito da Fig. 1.39.  $L=30\mu\text{H}$  e  $C=120\mu\text{F}$ . O tiristor T é disparado quando  $t=0$ . Descrever gráfica e analiticamente em função do tempo as grandezas  $i$ ,  $v_L$ ,  $v_C$  e  $i_D$ , considerando  $v_C(0) = -75\text{V}$ .

4. Considerar o circuito da Fig. 1.40. Inicialmente o capacitor encontra-se descarregado.  $T_1$  e  $T_2$  são disparados ciclicamente, após o

transitório do semiciclo anterior ter terminado.  $L=200\mu\text{H}$  e  $C=20\mu\text{F}$ . O fator de qualidade do circuito é igual a 5. Determinar o valor da tensão final do capacitor, depois de um grande número de ciclos. Representar a evolução de  $v_C$  e  $i_L$  ao longo do tempo e no plano de fase.

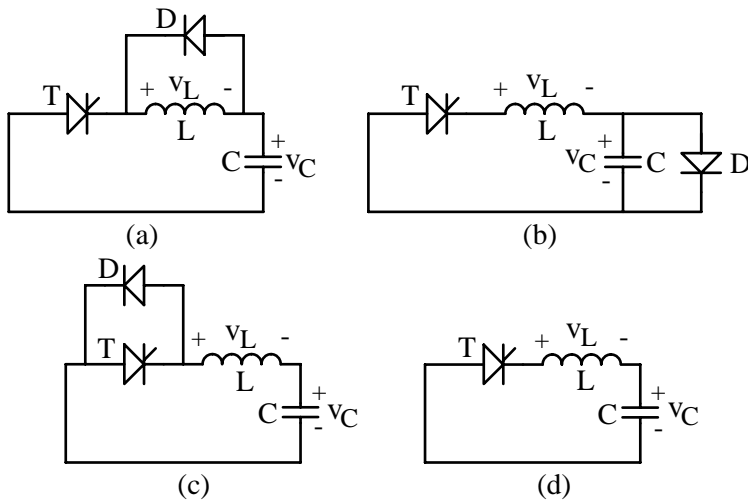


Fig. 1.38 - Exercício 2.

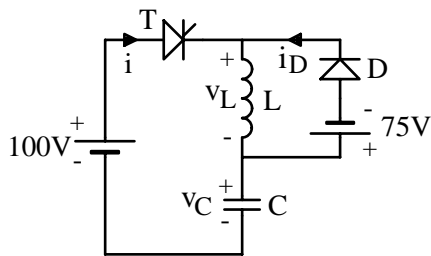


Fig. 1.39 - Exercício 3.

5. Seja o circuito da Fig. 1.41.  $C=300\mu\text{F}$  e  $V_{C0}=0\text{V}$ . O valor de  $di/dt$  máximo que o tiristor pode tolerar é igual a  $100\text{A}/\mu\text{s}$ . Determinar o valor mínimo de  $L$  para que esse valor seja respeitado.

O tiristor  $T$  é disparado quando  $t=0$  e a corrente inicial no indutor é nula.

6. Seja o circuito da Fig. 1.42.  $N_1=100$  e  $N_2=200$ . A chave  $S$  é aberta quando  $t=0$ , após ter permanecido fechada durante um tempo

muito longo. A indutância magnetizante do transformador é igual a  $200\mu\text{H}$ . Estabelecer as expressões analíticas e representar graficamente em função do tempo.

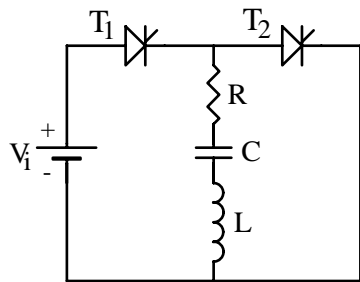


Fig. 1.40 - Exercício 4.

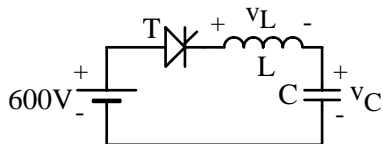


Fig. 1.41 - Exercício 5.

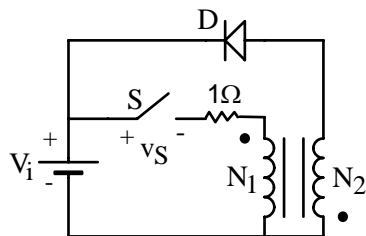


Fig. 1.42 - Exercício 6.

7. Seja a estrutura da Fig. 1.43. Os tiristores  $T_1$  e  $T_2$  são disparados simultaneamente, complementarmente a  $T_3$  e  $T_4$ . Determinar o valor da tensão  $v_C$  depois de um grande número de ciclos.  $T_1$  e  $T_2$  são disparados inicialmente e  $V_{C0} = -100\text{V}$ . Representar as grandezas  $v_C$  e  $i_L$  no plano de fase. Para garantir o bloqueio, os tiristores somente são disparados após a corrente  $i_L$  ter se anulado. Considerar  $V_i = 100\text{V}$  e  $\alpha = 10$ .

8. Considere os circuitos (a), (b) e (c) da Fig. 1.44. O interruptor  $S$  encontra-se inicialmente fechado. No instante  $t=0$ ,  $S$  é aberto. Mostrar o funcionamento de cada circuito em função do tempo e no plano de fase.

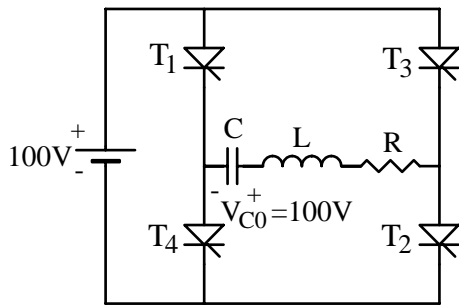


Fig. 1.43 - Exercício 7.

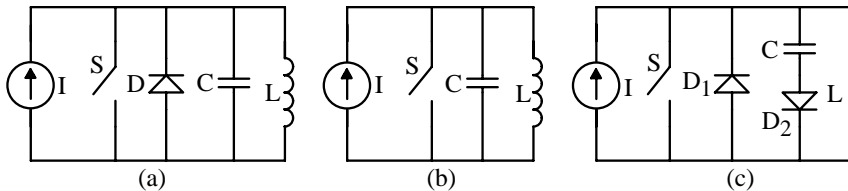


Fig. 1.44 - Exercício 8.

9. Seja o circuito da Fig. 1.45. Inicialmente o tiristor T encontra-se bloqueado. Antes do disparo do tiristor a corrente  $I$  circula pelo diodo. No instante  $t=0$  o tiristor é disparado. Descrever o funcionamento do circuito, representar  $v_C$  e  $i_L$  em função do tempo e no plano de fase. As condições iniciais são nulas.

Considerar  $I\sqrt{L/C} < V_i$ .

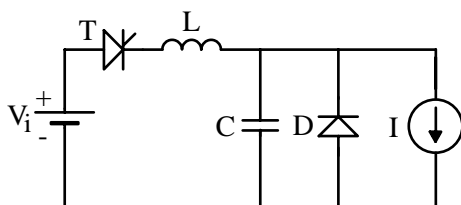


Fig. 1.45 - Exercício 9.

10. Seja os circuitos (a) e (b) da Fig. 1.46. Considerar as condições iniciais nulas. No instante  $t=0$  o interruptor  $S$  é aberto. Descrever o funcionamento do circuito, obter as grandezas  $v_C$  e  $i_L$  e representá-las ao longo do tempo e no plano de fase, sabendo que  $S$  é novamente fechado quando  $v_C = 0$ .

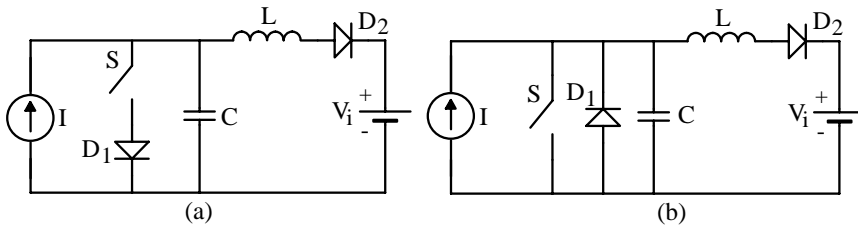


Fig. 1.46 - Exercício 10.

11. Seja o circuito da Fig. 1.47.  $T_1$  e  $T_2$  são disparados complementarmente, com frequência igual a 6kHz. Sabendo-se que  $L=100\mu\text{H}$ ,  $C=5\mu\text{F}$  e  $R=0,447\Omega$ , determinar:

- Etapas de funcionamento.
- Formas de onda para  $i_L$  e  $v_C$ .
- Valores de pico de  $i_L$  e  $v_C$  em regime permanente.
- Potência dissipada no resistor R.

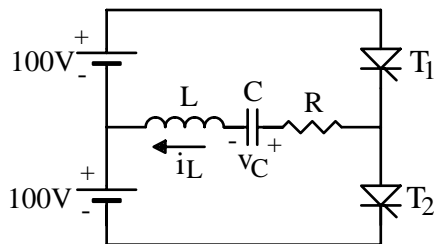


Fig. 1.47 - Exercício 11.

12. Seja o circuito da Fig. 1.48. A chave S permanece fechada durante um tempo  $T_1$  e em seguida é aberta. Determinar o tempo de desmagnetização do transformador, sendo  $V_i=100\text{V}$ ,  $L=1\text{H}$  e  $T_1=1\text{s}$ .

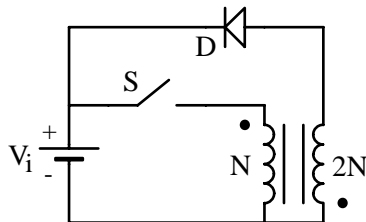


Fig. 1.48 - Exercício 12.

13. Obter as expressões (1.41), (1.42), (1.76), (1.77), (1.89), (1.97) e (1.98) do texto.