APÊNDICE

# CONDIÇÕES PARA QUE A POTÊNCIA SEJA INVARIANTE SOB UMA TRANSFORMAÇÃO

## (A) TRANSFORMAÇÃO REAL

Seja uma estrutura genérica representada na Fig. 1.

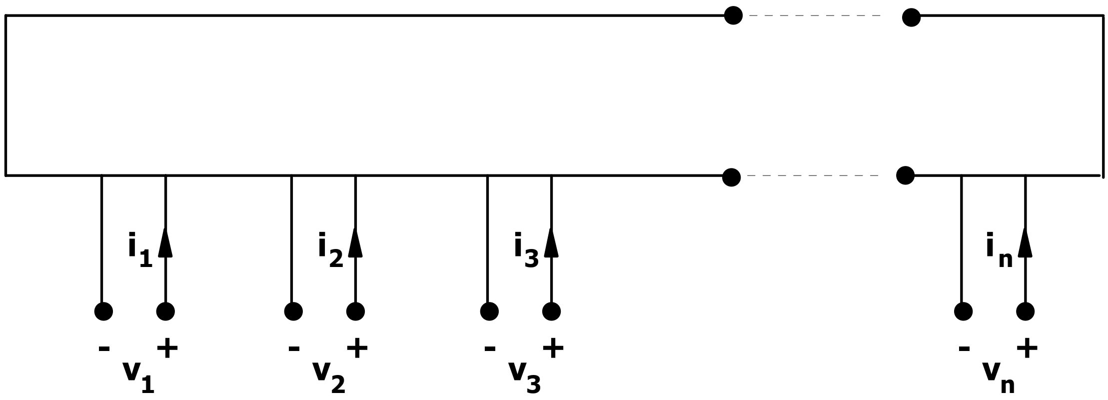


**Fig. 1 – Estrutura genérica.**

Seja:

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \tag{2}$$

A potência envolvida é definida genericamente pela expressão (3).

$$P = \mathbf{v}^t \mathbf{i} \tag{3}$$

Seja:

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v} \tag{4}$$

$$\mathbf{i}_T = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{i} \tag{5}$$

Onde $\mathbf{A}^{-1}$ é uma matriz real n x n.

$\mathbf{v}_T$ e $\mathbf{I}_T$ representam os vetores tensão e corrente transformados pela matriz $\mathbf{A}^{-1}$.

Das expressões (4) e (5) obtém-se:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{v}_T \tag{6}$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{A}\mathbf{i}_T \tag{7}$$

$$\mathbf{v}^t = \mathbf{v}_T{}^t\mathbf{A}^t \tag{8}$$

Levando-se as expressões (7) e (8) na expressão (3) obtém-se:

$$\mathrm{P} = \mathbf{v}_T{}^t\mathbf{A}^t\mathbf{A}\mathbf{i}_T \tag{9}$$

Seja:

$$\mathrm{P}_T = \mathbf{v}_T{}^t\mathbf{i}_T \tag{10}$$

Assim, para que $P_T = P$ é necessário que:

$$\mathbf{A}^t\mathbf{A} = \mathbb{I} \tag{11}$$

ou

$$\mathbf{A}^t = \mathbf{A}^{-1} \tag{12}$$

Portanto para que a potência seja a invariante, é necessário que a transformação seja ortogonal.

## (B) TRANSFORMAÇÃO COMPLEXA

Quando as variáveis são complexas, a potência é definida pela expressão (13).

$$\mathrm{P} = \mathbf{i}^{t^*}\mathbf{v} \tag{13}$$

Seja:

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v} \tag{14}$$

$$\mathbf{i}_T = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{i} \tag{15}$$

Assim:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{v}_T \tag{16}$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{A}\mathbf{i}_T \tag{17}$$

$$\mathbf{i}^t = \mathbf{i}_T{}^t\mathbf{A}^t \tag{18}$$

$$\mathbf{i}^t = \mathbf{i}_T{}^{t^*}\mathbf{A}^{t^*} \tag{19}$$

Levando-se (19) e (16) em (13) obtém-se:

$$P = \mathbf{i}_T{}^{t^*}\mathbf{A}^{t^*}\mathbf{A}\mathbf{v}_T \tag{20}$$

Como,

$$P_T = \mathbf{i}_T^{\mathbf{t}^*}\mathbf{v}_T \tag{21}$$

Para que $P_T = P$ é necessário que:

$$\mathbf{A}^{t^*}\mathbf{A} = \mathbb{I} \tag{22}$$

ou

$$\mathbf{A}^{t^*} = \mathbf{A}^{-1} \tag{23}$$

Portanto quando a transformação é complexa, a matriz que a realiza deve ser unitária.

A transformação real é um caso particular da transformação complexa. Nesse caso:

$$\mathbf{A}^{t^*} = \mathbf{A}^{t} \tag{24}$$

Assim,

$$\mathbf{A}^{t} = \mathbf{A}^{-1} \tag{25}$$